

平成23年度九州大学大学院経済学府修士課程入学試験問題(一般選抜)

経済数学

次の2問の両方について解答せよ.

問1 (1), (2)の中から1つを選んで解答せよ.

(1) 関数 $f(x)$ を次のように定義する.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0). \end{cases}$$

(a) $f(x)$ は $x = 0$ において微分可能であることを示せ.

(b) $f'(x)$ は $x = 0$ において連続でないことを示せ.

(2) 連立方程式 $Ax = b$ を以下の手順に従って解け. ただし,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \\ -3 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$$

である.

(a) $A = LU$ となるような下三角行列 L および上三角行列 U を求めよ. ただし,

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$$

とする.

(b) $Ly = b$ となる y を求めよ. ただし,

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

である.

(c) $Ux = y$ となる x を求めよ.

問 2 (1), (2) の中から 1 つを選んで解答せよ。

- (1) ある工場では原料 A, B を用いて I, II, III という 3 種類の製品を生産している。各製品 1kg あたりの利益、生産に必要な原料の量、および 1 日あたりの原料の最大使用可能量は下の表のようになる。線形計画法を用いて、この工場の利益を最大にする生産計画と、そのときの 1 日あたりの利益を求めよ。

原料 [kg]	製品			最大使用可能量 [kg/日]
	I	II	III	
A	1	2	3	9
B	3	2	2	15
利益 [万円]	3	4	1	

- (2) 平均 μ 、分散 σ^2 の任意の母集団を考える。この母集団からの無作為標本 X_1, X_2, \dots, X_n (互いに独立で同じ分布に従う確率変数) に対して標本平均および標本分散をそれぞれ

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

とおく。ただし、 $n \geq 2$ とする。

- (a) $E(\bar{X})$ および $V(\bar{X})$ を n, μ および σ^2 を用いて表せ。ここで、 $E(\cdot)$ および $V(\cdot)$ はそれぞれ期待値および分散を意味する。
- (b) $E(a_n S^2) = \sigma^2$ となるように a_n を定めよ。