

平成31年度九州大学大学院経済学府修士課程第二次募集入学試験問題(一般選抜)

経済数学

次の2問の両方について解答せよ。

問1 (1), (2)の中から1つを選んで解答せよ。

(1) 以下の正方行列  $A$  について考える。

$$A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

(a)  $A$  の固有値, 固有ベクトルを求めよ。

(b) 奇数  $n$  に対して,  $\sum_{k=1}^n (-1)^k A^k$  の固有値, 固有ベクトルを求めよ。

(2) 3次元座標空間における集合  $S = \{(x, y, z) \mid 9x^2 + 4y^2 + z^2 = 27\}$  について考える。ここで,  $S$  は  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  の各平面について対称な曲面であることに注意する。次の問に答えよ。

(a)  $S$  が囲む立体の体積を求めよ。

(b)  $S$  上にすべての頂点を持ち, 各面が平面  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  のいずれかに平行な直方体を考える。そのような直方体の体積の最大値を求めよ。ただし, 最大値の存在はわかっているとしてよい。

問 2 (1), (2) の中から 1 つを選んで解答せよ.

(1) 次の線形計画問題 (P) について, 以下の問に答えよ.

$$\begin{aligned} \text{最小化} \quad & x_1 + 3x_2 - x_3 \\ \text{制約条件} \quad & 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 7 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a)  $(x_1, x_2)$  を基底変数とする基底解を求めよ.
- (b) 問題 (P) の最適解および最適値を求めよ.
- (c) 問題 (P) の双対問題を求めよ.
- (d) 問題 (P) の双対問題の最適解を求めよ.

(2) 分布関数  $F(x)$  が以下によって与えられる確率変数  $X$  について考える.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1-a}{2}x^2, & 0 \leq x < 1, \\ \frac{1+a}{2}, & x = 1, \\ 1 - \frac{1-a}{2}(x-2)^2, & 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

ここで,  $a$  は  $0 \leq a \leq 1$  を満たす定数である.

- (a) 分布関数のグラフを描き,  $X = 1$  となる確率を求めよ.
- (b)  $X$  の期待値と分散を求めよ.
- (c) 分散を最大, 最小にする  $a$  をそれぞれ求めよ.