

マクロ経済学

次の 2 問から 1 問を選択し解答しなさい。

問題 1 次のようなソロー・モデルを考える。経済には毎期  $L_t$  人の同質的な個人が存在する。この個人の消費量はケインズ型消費関数によって決定される。ただし、基礎消費は 0、限界消費性向は  $c$  であるとする ( $0 < c < 1$ )。また人口は以下のように外生かつ一定の率  $n$  で成長する。

$$\frac{L_{t+1}}{L_t} - 1 = n.$$

この経済の生産関数は以下のようなコブ・ダグラス型である。

$$Y_t = K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}.$$

ただし、 $Y_t$  は  $t$  期の総生産、 $K_t$  は  $t$  期の総資本ストックを表し、また  $\alpha$  は資本分配率を表すパラメータである ( $0 < \alpha < 1$ )。また資本蓄積式は以下で与えられる。

$$K_{t+1} - K_t = I_t - \delta K_t.$$

ただし、 $I_t$  は  $t$  期の総投資であり、 $\delta$  は資本減耗率を表すパラメータである ( $0 < \delta < 1$ )。この経済には政府が存在する。 $t$  期の政府消費  $G_t$  は  $t$  期の一括固定税（総所得から一定額  $T_t$  が税金として徴収される）によってのみ賄われることを仮定する。すなわち、 $G_t = T_t$  が成立する。人口 1 人あたりの政府消費と租税をそれぞれ  $g$  と  $\tau$  で表し、一定と考えるとき、以下の問題に答えなさい。

- (a) 消費関数を求めよ。
- (b)  $t$  期における財市場の需給均衡条件を、 $(Y_t, C_t, I_t, G_t)$  の全てを用いて表せ。
- (c) (b)で求めた式から投資資金市場の均衡条件を導出せよ。 $(Y_t, C_t, I_t, T_t)$  の全てを用いて表すこと。[ヒント] 投資資金市場の均衡条件は「家計貯蓄＝投資」で表される。
- (d) 貯蓄率を  $s = 1 - c$  によって定義するとき、 $t$  期の家計貯蓄  $S_t$  を、 $(Y_t, T_t)$  を用いて表せ。
- (e) 資本蓄積式、および (a)、(c)、(d) で求めた式を用いて、 $K_{t+1} - K_t$  を  $(K_t, Y_t, T_t)$  の全てを用いて表せ。

- (f)  $t$  期の人口 1 人あたり資本ストックを  $k_t$  で表す。(e) で求めた式を使って、 $k_{t+1} - k_t$  を人口 1 人当たりの変数とパラメータを用いて表せ。
- (g) この経済の安定な定常状態  $k^*$  がどのように決定されるか、適切な図を用いて説明せよ。
- (h) 1 人あたり政府消費の恒常的な増加は  $k^*$  にどのような影響を与えるか。(g) で作成したのと同様の図を用いて説明せよ。

問題 2 家計は 2 期間の効用を最大にするように、現在 (第 1 期) と将来 (第 2 期) の消費を決定すると考える。具体的に効用関数が以下のように与えられるものとする。

$$U(C_1, C_2) = u(C_1) + \frac{1}{1+\rho} u(C_2).$$

$C_1$  は第 1 期の消費量,  $C_2$  は第 2 期の消費量,  $u(\cdot)$  は各期の消費から得られる効用を表し,  $u'(\cdot) > 0$  かつ  $u''(\cdot) < 0$  が成り立つものとする。 $\rho$  は主観的割引率を表す。一方で家計は第 1 期にのみ  $Y_1$  だけ所得を得る。利子率が  $r$  で与えられるとき以下の問題に答えなさい。

- (a) (2 期間通じての) 家計の予算制約式を  $C_1, C_2, Y_1, r$  を使って表しなさい。また得られた予算制約式を適切な図で示しなさい (切片や傾きなどの情報を書き込むこと)。ただし横軸に  $C_1$  を, 縦軸に  $C_2$  をとること。また家計の効用を最大にする各期の消費および貯蓄額を図で示しなさい。
- (b) 家計の効用最大化問題を解くことにより, オイラー方程式を導出しなさい。
- (c) 利子率が  $r$  から  $r'$  に上昇したとしよう ( $r' > r$ )。このとき(a)で図示した予算制約式, 各期の消費や貯蓄額はどのように変化するか。またこのときの貯蓄額の変化を所得効果と代替効果に分けて説明しなさい。
- (d) 効用関数が具体的に  $u(C) = \sqrt{C}$  で与えられるとき, 上の効用関数を最大にする  $C_1$  および  $C_2$  を求めなさい。また貯蓄額を  $S$  としたとき  $\partial S / \partial r$  を求め, 代替効果と所得効果のどちらが大きい比較しなさい。