

マクロ経済学

次の 2 問から 1 問を選択し解答しなさい。

問 1

標準的な 2 期間の消費貯蓄問題に、「貨幣」を導入する。ここでは 1 種類の財と 2 種類の資産(債券および貨幣)が存在する経済を考える。貨幣で測った第 t 期の財価格を p_t で表す。家計は財の消費と貨幣保有から効用を得るものとし、家計の生涯効用関数を次のように特定化する。

$$U(c_1, c_2, m_1, m_2) = (\log c_1 + \log m_1) + \frac{1}{1 + \rho} (\log c_2 + \log m_2),$$

ただし、 c_t は第 t 期の実質消費量、 $m_t \equiv M_t/p_t$ は第 t 期の期中における実質貨幣保有量である (M_t は名目貨幣保有量)。また $0 < \rho < 1$ は主観的割引率を表すパラメータである。

家計は第 1 期の期初に、 M_0 だけの名目貨幣と B_0 だけの名目債券を保有している。ただし、 (M_0, B_0) はいずれも家計にとって所与であるとする。つづいて第 1 期の期中において、家計は所与の実質所得 y_1 を得るとともに、期初に保有する債券から名目利子 $i_0 B_0$ を受け取る。ただし i_0 は所与の名目利子率である。家計はまた第 1 期の期中において、 c_1 だけの実質消費を行い、 M_1 だけの名目貨幣と B_1 だけの名目債券を第 2 期に持ち越す。

家計は第 2 期の期中に所与の実質所得 y_2 を得るとともに、期初に保有する債券から名目利子 $i_1 B_1$ を受け取る。ただし i_1 は所与の名目利子率である。家計は第 2 期において、 c_2 だけの実質消費を行い、 M_2 だけの名目貨幣を保有する。このとき以下の問いに答えなさい。

- (1) 家計の第 1 期における予算制約式を書きなさい。
- (2) 家計の第 2 期における予算制約式を書きなさい。[ヒント：家計は第 2 期において、貨幣を保有するインセンティブはあるが債券を保有するインセンティブはない]
- (3) 家計の生涯効用最大化問題のラグランジュ関数を書きなさい。
- (4) 第 1 期の最適な消費 c_1^* 、第 1 期の最適な貨幣保有量 m_1^* 、および名目利子率 i_1 が満たす関係式を、 (c_1^*, m_1^*, i_1) のみで表せ。

問 2

離散時間型のソロー・モデルを考える。 t 期における経済全体の生産量は Y_t で表される。一方で生産要素は資本ストックと労働の 2 つであり、それぞれ K_t, L_t で表される。生産関

数は以下のようにコブ=ダグラス型を仮定する。

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}.$$

A_t は技術水準を表す変数であり、一定の成長率 $g^A (> 0)$ で増加する。また α は $0 < \alpha < 1$ を満たす定数である。一方で貯蓄率を s ($0 < s < 1$)、資本減耗率を d ($0 < d < 1$) とすると、 $t+1$ 期における資本ストックは以下のように表される。

$$K_{t+1} = sY_t + (1-d)K_t.$$

最後に労働人口の成長率は $n (> 0)$ で外生的に与えられるものとする。このとき以下の問いに答えなさい。

- (1) 効率労働 1 単位当たりの資本量、効率労働 1 単位当たりの生産量をそれぞれ $\bar{k}_t (\equiv K_t/A_t L_t)$ 、 $\bar{y}_t (\equiv Y_t/A_t L_t)$ とする。このとき \bar{y}_t を \bar{k}_t の関数として表しなさい。
- (2) $t+1$ 期における効率労働 1 単位当たりの資本量 \bar{k}_{t+1} を \bar{k}_t の式として表しなさい。
- (3) 定常状態における効率労働 1 単位当たりの資本量 \bar{k}^* を求めなさい。
- (4) 初期時点 (つまり $t=0$ の時点) における効率労働 1 単位当たりの資本量が、その定常状態値より小さい (つまり $\bar{k}_0 < \bar{k}^*$ である) ものとしよう。このとき効率労働 1 単位当たりの資本量の水準とその成長率は時間を通じてどのように変化するだろうか。適切な図を用いて説明しなさい。
- (5) 定常状態における 1 人当たり資本ストックの成長率を求めなさい。