

計 量 経 済 学

次の2問から、1問を選択し解答しなさい。

問1. 住宅に関するクロスセクション・データが得られているとする。このデータを用いて、以下のような回帰式を推定する。

$$P_i = \beta_0 + \beta_1 A_i + \beta_2 R_i + \beta_3 T_i + u_i$$

ただし、 P_i は住宅 i の価格、 A_i は取引成立前に不動産会社が算出した住宅 i の査定額、 R_i は住宅 i の部屋数、 T_i は鉄筋コンクリート造が否かを表すダミー変数（鉄筋コンクリート造なら1、そうでなければ0の値を取る変数）、 u_i は誤差項とする。また、査定額の算出の際には、部屋数と鉄筋コンクリート造か否かという情報は考慮されているものとする。以下の問いに答えよ。

- (1) この回帰式を普通最小二乗法（OLS）で推定したとする。このとき、推定された係数 $\hat{\beta}_1$ について、どのように解釈することができるか。（ここでの「解釈」は、「～が～単位高い（／低い）と…が～単位高い（／低い）」といった説明を意味するものとする。）
- (2) P_i と A_i の定義を変えて、 P_i は住宅 i の価格の対数をとったもの、 A_i は住宅 i の査定額の対数をとったものとする。このとき、推定された係数 $\hat{\beta}_1$ について、どのように解釈することができるか。
- (3) (2) と同様に、 P_i が住宅 i の価格の対数をとったものであるとする。このとき、 T_i の係数 $\hat{\beta}_3$ はどのように解釈することができるか。
- (4) (2) と (3) の回帰式を用いて、査定額が「合理的」であるか否かを検定したい。「合理的」の意味は、「査定額の増減が住宅価格の増減と一対一で対応し、かつ査定の際に得られている情報は査定額に反映されていること」を意味するものとする。このとき、どのような帰無仮説を検定すればよいか。

- (5) (4) の帰無仮説を検定するために、F 統計量を計算したい。F 統計量の計算には、制約条件（帰無仮説）の下での回帰式と、制約条件が課されていない回帰式を推定し、残差二乗和（もしくは決定係数）を計算する必要がある。この住宅価格に関する分析において、制約条件の下での残差二乗和を計算する方法を記述しなさい。
- (6) このデータを用いて、部屋数が一部屋多い住宅を買うと、どのくらい住宅価格が高くなるのかを、回帰分析によって明らかにしたい。このとき、回帰式に査定額 A_i を含めるべきか。理由も含めて述べなさい。
- (7) (6) に引き続き、部屋数が一部屋多い住宅を買うと、どのくらい住宅価格が高くなるのかを、回帰分析によって明らかにしたい。部屋数が増えることの住宅価格の影響が、鉄筋コンクリート造と木造で異なる可能性を考慮するには、どのような説明変数を回帰式に含めればよいか。

問2. 以下の2つのモデルを考える.

$$Y_i = \alpha + \beta X_{2i} + u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

ただし, X_{2i} と X_{3i} は確率変数ではなく, 固定された値を持ち, $j = 2, 3$ に対して $n \rightarrow \infty$ のとき, $\sum_{i=1}^n (X_{ji} - \bar{X}_j)^2 \rightarrow \infty$ と仮定する. ここで, $\bar{X}_j = \sum_{i=1}^n X_{ji}/n$ である. また, $u_i \sim i.i.d.N(0, \sigma^2)$ と仮定する.

- (1) 式(1)における β の最小2乗推定量 $\hat{\beta}$ を求めなさい.
- (2) 式(2)が真のモデルであるにもかかわらず, 式(1)を用いて β_2 を推定したとする. この場合の $\hat{\beta}$ と β_2 の関係について論じよ.
- (3) 式(1)が真のモデルであるにもかかわらず, 式(2)を用いて β を推定したとする. この場合の $\hat{\beta}_2$ と β の関係について論じよ.