

計 量 経 済 学

次の2問から、1問を選択し解答しなさい。

問1 賃金を決定する要因を明らかにするため、 n 人の標本を用いて、以下のような回帰モデルをOLSで推定することとする。

$$\ln(W_i) = \alpha + \beta Educ_i + \gamma Exp_i + \delta Age_i + u_i$$

ただし、 $\ln()$ は自然対数、 W_i は個人 i の賃金、 $Educ_i$ は修学年数、 Exp_i は就業経過年数、 Age_i は年齢、 u_i は誤差項を表す。以下の問いに答えなさい。

- (1) データを見たところ、修学年数の値が大きいグループほど賃金のバラつき（分散）が大きいことがわかった。このことは説明変数の係数とその標準誤差の推定にどのような影響をもたらすか。
- (2) 説明変数間の相関を調べたところ、 Exp_i と Age_i の相関係数の値が0.93であることがわかった。このことは、 $\hat{\gamma}$ と $\hat{\delta}$ やそれらの分散にどのような影響をもたらすか。
- (3) 説明変数間の相関をさらにみてゆくと、 Exp_i と Age_i の相関は高いが、 $Educ_i$ とこれらの変数との相関は低いことが分かった。この時、(2)の問題（ Exp_i と Age_i の相関が高い）は $\hat{\beta}$ やその分散にどのような影響をもたらすか。
- (4) 今、修学年数が賃金に与える影響（因果効果）に関心があるとする。個人 i の雇用主（勤め先の会社）の企業規模（従業員数など） S_i が得られる時、この S_i を説明変数として追加すべきか。理由も含めて説明しなさい。
- (5) 引き続き修学年数が賃金に与える影響に関心があるとする。今、賃金には影響を与えるが、修学年数とはあまり相関していない変数 X_i が得られたものとする。このような変数は回帰式に含めるべきか。理由も含めて説明しなさい。

問2 ここでは、真の回帰モデルが

$$\text{モデル A: } Y_i = \alpha + \beta X_i^* + u_i^* \quad (i = 1, \dots, n)$$

であるが、説明変数の真の値 X_i^* が観測できず、代わりに観測誤差（測定誤差） w_i を含む変数 $X_i = X_i^* + w_i$ が観測できるとする。このとき、次の回帰モデル

$$\text{モデル B: } Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i \quad (i = 1, \dots, n)$$

を用いて β を推定することを考える。ここで $\{X_i^*, u_i^*, w_i\}$ は確率変数で、各 i について i.i.d. (独立同一分布) であり、 $\text{Var}(X_i^*) = \sigma_x^2 > 0$, $E(u_i^*) = 0$, $E(w_i) = 0$, $E(w_i^2) = \sigma_w^2 > 0$ であるとする。また、 X_i^* , u_i^* , w_i は互いに無相関であるとする。さらに、各変数に大数の法則が適用できるとする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 説明変数に観測誤差を含む経済モデルとしてどのようなものがあるか、具体例を挙げなさい。
- (2) β , u_i^* , w_i を用いて u_i を表しなさい。
- (3) モデル B における β の最小 2 乗推定量 (OLS 推定量) を $\hat{\beta}$ とする。 $n \rightarrow \infty$ としたときの $\hat{\beta}$ の確率極限 (確率収束先) $\text{plim}_{n \rightarrow \infty} \hat{\beta}$ を導出しなさい。
- (4) β が正の場合と負の場合のそれぞれにおいて、 $\text{plim}_{n \rightarrow \infty} \hat{\beta}$ と β の大小関係、および $\text{plim}_{n \rightarrow \infty} \hat{\beta}$ と β の符号 (正・負) が等しいかどうかについて説明しなさい。
- (5) ここでは、説明変数について別の観測誤差 v_i を含む変数 $Z_i = X_i^* + v_i$ も用いることができるとする。ここで v_i は i.i.d. であり、また v_i は X_i^* , u_i^* , w_i と無相関である。このとき、どのようにすれば β の一致推定量を得ることができるか。理由をつけて説明しなさい。