

計 量 経 済 学

次の2問から、1問を選択し解答しなさい。

問1 貯蓄と所得の関係に関心があり、家計のデータを使って貯蓄関数（貯蓄 S_i が被説明変数、所得 I_i が説明変数）を推定することを考える。

- (1) 回帰式が、 $S_i = \beta_0 + \beta_1 I_i + u_i$ で、誤差項 u_i が $u_i = e_i \sqrt{I_i}$ と書けるものとする。ただし、 e_i は確率変数で、 $E(e_i) = 0$ かつ $Var(e_i) = \sigma_e^2$ (σ_e は定数) を満たし、 e_i と I_i は独立と仮定する。このとき、 $E(u_i|I_i) = 0$ および $Var(u_i|I_i) = \sigma_e^2 I_i$ が成立することを示しなさい。
- (2) (1) の結果は、誤差項の分散が説明変数の関数になっていることを意味する。これは、 β_1 の OLS 推定量やその標準誤差の性質にどのような影響を及ぼすか。
- (3) (2) の影響が問題である場合、どのような対処法が考えられるか。
- (4) 今、個人 i の時間選好 (=今の幸せと将来の幸せのどちらをどれだけ重視するか) を T_i で表すこととする。貯蓄も所得も個人の時間選好に依存するが、 T_i は直接観察できない（説明変数として含めることができない）。このような（欠落）変数の存在は、所得 I_i が貯蓄 S_i に与える因果効果を推定する際に、どのような問題を発生させるか。
- (5) 時間選好 T_i によって生じる問題を解決する方法を考える。親族の死を表すダミー変数 Z_i が得られているとする。親族の死は、本人の時間選好とは無関係だが、遺産が発生する可能性があるため、所得 I_i とは相関すると考えられる。この場合、 Z_i をどのように使えば、所得 I_i が貯蓄 S_i に与える因果効果を推定できる可能性があるか。
- (6) (5) で推定される因果効果は、どのような人にとっての因果効果と考えられるか。

問2 以下の条件付き分散不均一モデルを考える。

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2}$$

ただし、 v_t は分散1のホワイトノイズであり、 v_t と ε_{t-1} は互いに独立、 $\alpha_0 > 0$ かつ $0 \leq \alpha_1 < 1$ と仮定する。

- (1) $\{\varepsilon_t\}$ の無条件期待値 ($E(\varepsilon_t)$) を計算しなさい。
- (2) $\{\varepsilon_t\}$ の無条件分散 ($Var(\varepsilon_t)$) を計算しなさい。
- (3) $i \neq 0$ に対して、 $\{\varepsilon_t\}$ の自己共分散 ($Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-i})$) を計算しなさい。
- (4) $t-1$ 期までの情報 ($\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$) を所与とした $\{\varepsilon_t\}$ の条件付き期待値 ($E_{t-1}(\varepsilon_t)$) を計算しなさい。
- (5) $t-1$ 期までの情報 ($\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$) を所与とした $\{\varepsilon_t\}$ の条件付き分散 ($Var_{t-1}(\varepsilon_t)$) を計算しなさい。
- (6) $\alpha_0 > 0$ かつ $0 \leq \alpha_1 < 1$ が満たされていないと何が問題か、説明しなさい。