

## 計 量 経 済 学

次の2問から、1問を選択し解答しなさい。

- 問1 賃金を  $Y_i$ 、職業訓練プログラムに参加したか否かを表すダミー変数を  $T_i$ （参加したら1、しなかったら0をとる）とし、クロスセクションデータ（ランダムサンプル）を用いて以下のような単回帰モデルを推定する問題を考える。

$$Y_i = \alpha + \beta T_i + u_i$$

ただし、 $i$  は個人を表す添え字で、 $u_i$  は誤差項を表すとする。以下の問いに答えなさい。

- (1)  $u_i$  について、 $E[u_i|T_i] = 0$  が成り立つものとする。このとき、

$$\beta = E[Y_i|T_i = 1] - E[Y_i|T_i = 0]$$

と書けることを証明しなさい。

- (2) 職業訓練プログラムの因果効果を推定する際に、 $E[u_i|T_i] = 0$  が成り立たないのはどのようなときか。具体例を挙げなさい。
- (3) 今、 $E[u_i|T_i] = 0$  が成り立たないと仮定する。代わりに、個人  $i$  が職業訓練プログラムに対し、補助金の支給があった地域に住んでいたか否かを表すダミー変数  $Z_i$ （住んでいたら1、いなかったら0）が得られており、 $E[u_i|Z_i] = 0$  が成り立つとする。このとき、

$$\beta = \frac{\text{Cov}(Y_i, Z_i)}{\text{Cov}(T_i, Z_i)}$$

と書けることを証明しなさい。

- (4) このとき、

$$\beta = \frac{\text{Cov}(Y_i, Z_i)}{\text{Cov}(T_i, Z_i)} = \frac{E[Y_i|Z_i = 1] - E[Y_i|Z_i = 0]}{E[T_i|Z_i = 1] - E[T_i|Z_i = 0]}$$

と書けることを証明しなさい。

- (5) (4) の結果は、職業訓練プログラムへの補助金が支給された地域における賃金の平均と支給されなかった地域の賃金の平均の差を計算し、それを補助金が支給された地域における訓練への参加率と、支給されなかった地域における参加率で割ることで、因果効果を推定することが可能であることを示唆している。このような方法で因果効果が推定できる（直感的な）理由を説明しなさい。説明の際には、推定される因果効果が、どのような個人に対する因果効果なのかを明示すること。

問2 ここでは、次のパネルデータモデル

$$\text{モデル (a): } Y_{it} = \beta X_{it} + \alpha_i + u_{it} \quad (i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T)$$

を考える。ここで  $Y_{it}$  は被説明変数、 $X_{it}$  は説明変数、 $u_{it}$  は誤差項であり、 $i$  と  $t$  はそれぞれ個体と時点を表す添え字である。また個別効果  $\alpha_i$  は個体  $i$  特有の要因を表し、説明変数と個別効果は相関を持つとする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 説明変数と相関を持つ個別効果を含むパネルデータモデルとしてどのようなものがあるか。経済データを用いた具体例を挙げなさい。
- (2) 個別効果を含めずにプールされたモデル  $Y_{it} = \alpha + \beta X_{it} + e_{it}$  (ここで  $\alpha$  は定数項であり  $i$  に依存しない) を用いて  $\beta$  を最小2乗法 (OLS) で推定した場合、どのような問題が生じるか、説明しなさい。
- (3) モデル (a) において  $\beta$  の固定効果推定量を導出する際に、モデルをどのように変換して個別効果  $\alpha_i$  を取り除けばよいか、説明しなさい。
- (4) (3) で変換したモデルを用いて、 $\beta$  の固定効果推定量を導出しなさい。
- (5) モデル (a) において観測値の1階差分を取ることで個別効果を取り除くこともできる。実際、 $\Delta Y_{it} = Y_{it} - Y_{i,t-1}$ 、 $\Delta X_{it} = X_{it} - X_{i,t-1}$ 、 $\Delta u_{it} = u_{it} - u_{i,t-1}$  とすると、

$$\text{モデル (b): } \Delta Y_{it} = \beta \Delta X_{it} + \Delta u_{it} \quad (i = 1, \dots, N, t = 2, \dots, T)$$

が得られる。モデル (b) における  $\beta$  の最小2乗推定量を  $\beta$  の1階差分推定量という。  $\beta$  の1階差分推定量を導出しなさい。

- (6)  $T = 2$  のとき、 $\beta$  の固定効果推定量と1階差分推定量が等しいことを証明しなさい。