

ミクロ経済学

次の2問について、すべて解答しなさい。

問1

2種類の財を消費する個人の消費計画 $x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2)$ に対する選好について、以下が成立するとき、そしてそのときに限り $x \succeq y$ と表記する。これは「 x が y 以上に好まれる」ことを意味する。

「 $x_1 > y_1$ 」または「 $x_1 = y_1$ かつ $x_2 \geq y_2$ 」

消費計画 x は第1財を x_1 、第2財を x_2 消費することを指す ($x_1, x_2 \in \mathbf{R}, x_1, x_2 \geq 0$)。また $x \succeq y$ かつ $y \succeq x$ のとき $x \sim y$ と表記し (x, y は同等に好まれる)、 $x \succeq y$ が成り立ち、 $y \succeq x$ が成り立たないとき $x \succ y$ と表記する (x は y よりも好まれる)。このような選好は辞書式選好とよばれる。個人が辞書式選好をもつとして、以下の問いに答えなさい。

- (1) 4つの消費計画 $(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)$ を、個人の辞書式選好にもとづいて好まれる順に並べ替えなさい。
- (2) 2つの消費計画 x, y について、 $x \sim y \Leftrightarrow x = y$ であることを証明しなさい。
- (3) 3つの消費計画 x, y, z について、 $x \succeq y$ かつ $y \succeq z$ であれば、 $x \succeq z$ が成り立つことを証明しなさい。
- (4) 2つの消費計画列 $\{x^n\}, \{y^n\}$ が極限 $x = \lim_{n \rightarrow \infty} x^n, y = \lim_{n \rightarrow \infty} y^n$ をもつとする。任意の自然数 n について $x^n \succeq y^n$ となるとき $x \succeq y$ が成り立つならば、選好 \succeq は連続であるという。辞書式選好が連続でないことを証明しなさい。
- (5) 辞書式選好を表現する効用関数 $u: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ が存在しないことを証明しなさい。なお効用関数 $u(x)$ が選好 \succeq を表現するとは、 $x \succeq y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y)$ をみたすことである。
- (6) 個人の所得を w とし、第1財、第2財の価格をそれぞれ p_1, p_2 とするとき、個人の需要関数が存在するかどうかを判定し、存在する場合は需要関数を求めなさい。

問 2

プレイヤー 1 と 2 はそれぞれ独立に 0 以上 1 以下の実数を一つ選択する。これを各プレイヤーの戦略とする。プレイヤー $i \in \{1, 2\}$ の戦略を x_i で表す。二人のプレイヤーが選択した数の平均に 0.7 をかけて得られる実数を、あたり値と呼ぶことにする。あたり値により近い数を選択していたプレイヤーは利得 1 を得て、そうでないプレイヤーは利得 0 を得る。 $x_1 = x_2$ の場合は、二人とも利得 0.5 を得る。任意の戦略の組 (x_1, x_2) に対して、プレイヤー 1 の利得を $f_1(x_1, x_2)$ で表し、プレイヤー 2 の利得を $f_2(x_1, x_2)$ で表す。純戦略のみを考える。

- (1) 戦略の組 $(x_1, x_2) = (0.2, 0.8)$ における各プレイヤーの利得 $f_1(x_1, x_2)$ 及び $f_2(x_1, x_2)$ をそれぞれ求めなさい。
- (2) プレイヤー 1 の戦略 x_1 に対するプレイヤー 2 の最適反応対応 $BR_2(x_1)$ を求め、式によって表しなさい。また、横軸を x_1 、縦軸を x_2 として、その最適反応対応を図示しなさい。
- (3) このゲームにナッシュ均衡は存在するか。存在するならばナッシュ均衡を全て求め、それがナッシュ均衡であることを証明しなさい。存在しないならばそのことを証明しなさい。
- (4) プレイヤー 1 の戦略 x_1, x'_1 を考える。 $x_1 < x'_1$ を満たすとする。 x_1 が x'_1 を弱支配するかどうかを述べ、証明しなさい。
- (5) 不等式 $\min_{x_2 \in [0, 1]} f_1(x_1, x_2) \geq \min_{x_2 \in [0, 1]} f_1(x'_1, x_2)$ を任意の $x'_1 \in [0, 1]$ に対して成立させる x_1 は存在するか。判断して理由を説明しなさい。