2026（令和 8）年度 九州大学大学院経済学府修士課程第 II 期入学試験問題 (一般選抜)

# 経済数学

次の２問の両方について解答せよ．

**問 1** (1), (2) の中から１つを選んで解答せよ．

(1) $\alpha$ を実数として，行列 $A$ を $A = \begin{pmatrix} \alpha & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ と定める．いま，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^2$ に対して，

$$f_A(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}$$

とし，また，$X \subseteq \boldsymbol{R}^2$ に対して

$$f_A(X) = \{ f_A(\boldsymbol{x}) |\ \boldsymbol{x} \in X \}$$

と定義する．さらに，$k$ を定数として，集合 $L$ を

$$L = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^2 \,\middle|\, x_2 = kx_1 + 3 \right\}.$$

と定める．このとき，以下の問題に答えよ．

(a) $f_A(L) = L$ となる $\alpha$ と $k$ の値を求めよ．

(b) $\alpha$ と $k$ を (a) で求めた値とする．このとき，$\boldsymbol{x} \in L$ かつ $f_A(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}$ となる $\boldsymbol{x}$ を求めよ．

(2) $\boldsymbol{R}^3$ における曲面

$$C = \{ (x, y, z) \in \boldsymbol{R}^3 |\ 18x^2 + y^2 + 10z^2 + 8xy + 6yz + 24zx = 1 \}$$

を考える．このとき，以下の問題に答えよ．

(a) 等式

$$18x^2 + y^2 + 10z^2 + 8xy + 6yz + 24zx = 1$$

を $y$ についての２次方程式と見て，解を求めよ．

(b) $C$ によって囲まれる領域を $xz$ 平面に正射影して得られる領域を図示せよ．

(c) $C$ によって囲まれる部分の体積を求めよ．

**問 2** (1), (2) の中から 1 つを選んで解答せよ.

(1) $x_1x_2$ 平面において, 3 つの直線 $l1 : x_1 = 0$, $l2 : x_2 = 0$, $l3 : x_1 + 2x_2 = 1$ で囲まれる三角形を考える. この三角形の内部または境界上の点で, 各辺までの距離の 2 乗和を最小にするものを求めたい. このとき, 以下の問題に答えよ.

(a) この問題を非線形計画問題として定式化せよ.

(b) (a) の問題が最適解を持つことを証明せよ.

(c) (a) の問題に対する KKT 条件を導け.

(d) 各辺までの距離の 2 乗和を最小にする点は三角形の内部にある. このことを利用して, (a) の問題の最適解を求めよ.

(2) $n$, $m$ を自然数とする. 半開区間 $[0, 1)$ 上に値をとる確率変数 $X_k$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$ を考える. $X_k$ の確率分布は以下によって与えられるとする.

$$P[a \leq X_k < b] = b - a, \quad 0 \leq a \leq b \leq 1.$$

ここで, $P[A]$ は事象 $A$ の確率を意味する. また, $Y$ は $P[Y = 25] = 1$ を満たす確率変数とし, 確率変数 $Y_k$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$, $Z_n$ を以下によって定める.

$$Y_k = \begin{cases} 25 + k, & 0 \leq X_k < 1/k^m, \\ 25, & \text{それ以外のとき}, \end{cases}$$

$$Z_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} Y_k.$$

このとき, 以下の問題に答えよ.

(a) $n \to \infty$ のとき, $Y_n$ が $Y$ に確率収束する $m$ は存在するか. 理由を明確にして答えよ. また, 存在する場合は求めよ.

(b) $n \to \infty$ のとき, $Y_n$ が $Y$ に $L^2$ 収束 (平均二乗収束) する $m$ は存在するか. 理由を明確にして答えよ. また, 存在する場合は求めよ.

(c) $n \to \infty$ のとき, $Z_n$ の期待値 $E[Z_n]$ の極限値は存在するか. 理由を明確にして答えよ. また, 存在する場合は求めよ.